

# O USO DOS MATERIAIS MANIPULATIVOS NO ENSINO DE POLIEDROS REGULARES CONVEXOS E RELAÇÃO DE EULER EM SALA DE AULA

*Gabriel Ribeiro dos Santos<sup>1</sup>  
Raimundo José da Silva Ferreira<sup>2</sup>  
Reullyanne Freitas de Aguiar<sup>3</sup>*

**Resumo:** Os poliedros, sólidos formado por polígonos, são classificados em: convexo e não convexo. Nesse contexto, a relação de Euler se aplica ao estudo dos poliedros regulares convexos. Com isso, este trabalho é resultado de uma intervenção pedagógica realizada na escola C.E. Luiz Sabry Azar, no município de Bom Jesus das Selvas - MA, durante 2 horas/aulas em uma turma do 2<sup>a</sup> ano do Ensino Médio. Assim, a pesquisa tem o intuito de contribuir no que tange ao ensino e aprendizagem da geometria espacial objetivando descobrir se o estudo de geometria, especificamente dos poliedros regulares convexos e da relação de Euler, através de construções de sólidos geométricos com materiais concretos, estimula a aprendizagem dos discentes nas resoluções dos problemas relacionados aos elementos que compõe os poliedros, **V** (vértices), **A** (arestas) e **F** (faces). Os resultados adquiridos mostram que é possível trabalhar de forma lúdica e divertida os conceitos de geometria, visto que tal investigação proporcionou uma minimização das dificuldades e das desmotivações por parte dos estudantes. O que de fato, enriquecem ainda mais o uso dos materiais manipulativos no ensino da matemática em sala de aula.

**Palavras-chave:** Matemática. Geometria. Aprendizagem. Lúdica.

## INTRODUÇÃO

A palavra poliedro vem do grego “poly”, que significa muitos, ou vários, e “edro”, que significa face. Logo, temos que o significado geral de poliedro é: muitas faces. Nessa perspectiva, para Pimenta; Gazire (2015), os poliedros regulares são definidos em função das suas faces que são polígonos regulares e de seus vértices em que cada um possui o mesmo número de arestas. Um poliedro é convexo se seu interior for um conjunto convexo.

## POLIEDROS DE PLATÃO

Para Melo (2013, p. 19), “são conhecidos como poliedros (ou sólidos) de Platão, pelo fato de Platão ter associado a eles os constituintes fundamentais da natureza. Ao Fogo associou o tetraedro, à Terra associou o cubo, ao Ar o octaedro, ao Cosmos o dodecaedro e à Água o icosaedro”.

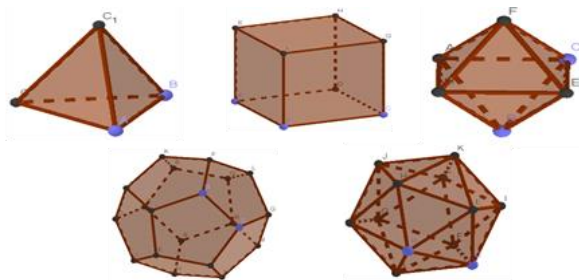
Figura 1 – Poliedros de Platão

---

<sup>1</sup> Discente de graduação em Licenciatura em Matemática - IFMA. E-mail: [gabrielleirbag1998@gmail.com](mailto:gabrielleirbag1998@gmail.com)

<sup>2</sup> Discente de graduação em Licenciatura em Matemática - IFMA. E-mail: [raimundojose1@hotmail.com](mailto:raimundojose1@hotmail.com)

<sup>3</sup> Docente do curso de Licenciatura em Matemática - IFMA. E-mail: [reullyanne.aguiar@ifma.edu.br](mailto:reullyanne.aguiar@ifma.edu.br)



Fonte: Autores, 2019.

## LEONHARD PAUL EULER

Leonhard Paul Euler foi um grande matemático e cientista de sua época, Euler (1703-1783) nasceu em Basel na Suíça, no dia 15 de abril de 1703. Passou a maior parte de sua infância na cidade de Riehen, aprendeu os primeiros conceitos de matemática com seu pai Paul Euler e aos 13 anos de idade se preparou para ingressar-se no curso de Teologia (EVES, 2004).

Nesse sentido, Leonhard escreveu mais de 200 artigos sobre matemática, física e astronomia, além de escrever três livros de análise matemática, foi o primeiro matemático a trabalhar as funções seno, cosseno. Sendo assim, faleceu no dia 18 de setembro de 1783 na cidade de São Petersburgo na Rússia (EVES, 2004).

Nessa perspectiva, em função de grandes investigações, Leonhard Paul Euler realizou uma considerável descoberta sobre o estudo dos poliedros, no qual, carrega seu sobrenome, Teorema de Euler/Relação de Euler.

## RELAÇÃO DE EULER

A Relação de Euler é uma importante ferramenta para relacionar o número de vértices, arestas e faces de um poliedro convexo. Assim, para todo poliedro convexo, temos que:

$V + F = A + 2$ , onde:  $V$ = número de vértices,  $F$ = número de faces,  $A$ = número de arestas do poliedro. Assim, utilizar a Relação de Euler é bem intuitiva.

## INSERÇÃO DOS MATERIAIS MANIPULATIVOS NO ENSINO DE GEOMETRIA

Compreende-se que a utilização dos materiais manipulativos como recurso de ensino e aprendizagem de geometria nas aulas de matemática, pode despertar a criatividade, raciocínio lógico, o saber geométrico para a vida e estimular no discente o prazer pela a matemática. Nestes moldes, considera-se muito relevante tal inserção dos materiais manipulativos no ensino da geometria, visto que de acordo com Lorenzato (2006), os motivos pelos quais a inclusão dos materiais manipulativos no ensino de Geometria são as dificuldades encontradas no ensino da disciplina.

## DESENVOLVIMENTO OU METODOLOGIA

A pesquisa foi realizada no dia 16 de outubro de 2018 na escola Centro de Ensino Luiz Sabry Azar, localizada no povoado Vila Tropical, município de Bom Jesus das Selvas – MA, o objeto de estudo foi uma turma de 2º ano do Ensino Médio, composta por trinta e seis (36) alunos matriculados, dos quais vinte (20) eram do sexo feminino e dezesseis (16) do sexo masculino.

Nesse sentido, o desenvolvimento da pesquisa aconteceu em dois momentos, sendo o primeiro com uma aula teórica para a turma total, no qual desenvolveu-se, não só os poliedros de Platão: tetraedro, hexaedro regular (cubo), octaedro, dodecaedro e icosaedro na lousa, como também se explicou os conceitos gerais e intuitivos dos vértices, faces e arestas pela relação de Euler. Para isso, utilizou-se o Datashow e também o software *Geogebra*, pois se sabe que este é um recurso livre e de fácil manuseio e aplicabilidade na geometria, álgebra e aritmética.

Por conseguinte, dividimos a turma em dois grupos (A) e (B) com dezoito (18) alunos em cada grupo. Em seguida, aplicamos uma questão de escala de avaliação variando de um a cinco (1 a 5) e quatro (4) questões discursivas baseadas na aula teórica desenvolvida para o grupo (A), com o outro grupo a espera, visto que pretendia-se desenvolver uma aula prática de construções de materiais concretos com este último grupo, com o intuito de compararmos os possíveis resultados da aula teórica com a aula prática, que por sua vez iríamos discutir com o grupo (B). Vale lembrar que esse primeiro momento durou 1 hora/aula.

Ao fim dessa aplicação os sujeitos do grupo (A) foram dispensados, para prosseguir as aulas práticas com os discentes do grupo (B), já iniciando o segundo momento. Em vista disso, no que diz respeito à dinâmica da aula, formou-se nove (09) duplas, a qual distribuiu entre elas, os materiais para as construções de três dos cinco poliedros de Platão, tais como, o tetraedro, hexaedro e octaedro. Sendo assim, três (03) duplas construíram um tetraedro cada uma, três (03) duplas construíram um hexaedro cada uma e as outras três (03) duplas construíram um octaedro cada uma, por meio de um pacote de jujubas e três (03) caixas de palitos de dente, como sendo os materiais utilizados.

Nessa exemplificação, vale ressaltar também que as jujubas como sendo os vértices do poliedro e os palitos de dente, como sendo as arestas. Após esse entendimento todas as duplas construíram os sólidos geométricos e conseguiram provar a relação de Euler em seus poliedros, assim como o porquê de suas construções serem convexas e regulares, segundo vê-se na Figura 2. Ao final, aplicou-se as mesmas questões aplicada anteriormente para o grupo (A)

Figura 2 - Sólidos construídos pelos alunos em sala de aula.



Fonte: Autores, 2019.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Tabela 1 – Aula teórica e a quantidade de questões acertadas do exercício

Questões	Quantidade de Acertos
1-Escrever a fórmula da Relação de Euler	04
2-Quantas faces, vértices e arestas um cubo possui?	04
3-Um poliedro possui 16 faces e 18 vértices. Qual é o número de arestas desse poliedro?	06
4-Um poliedro convexo tem 9 faces e 16 arestas. Desse modo, o total de vértice desse poliedro é:	02

Fonte: Autores, 2019.

De acordo com a Tabela 1, percebe-se que cerca de 22% dos alunos acertaram a primeira e a segunda questão, na terceira questão 33% e por fim, a quarta questão com 11% de acertos. Neste sentido, percebe-se um bom desempenho do grupo (A) na terceira questão, quando comparado às outras. Podendo, talvez, ser evidência das figuras desenhadas na lousa ou mesmo da boa visualização, por meio do *software Geogebra*. No geral, tal negatividade nos acertos, pode ser também pelo fato de que muitos discentes inicialmente estavam pouco concentrados e motivados na explicação e discussões em sala de aula.

Tabela 2 – Aula prática e a quantidade de questões acertadas do exercício

Questões	Quantidade de Acertos
1-Escrever a fórmula da Relação de Euler	10
2-Quantas faces, vértices e arestas um cubo possui?	09
3-Um poliedro possui 16 faces e 18 vértices. Qual é o número de arestas desse poliedro?	07
4-Um poliedro convexo tem 9 faces e 16 arestas. Desse modo, o total de vértice desse poliedro é:	06

Fonte: Autores, 2019

De acordo com a Tabela 2, cerca de 56% alunos acertaram a primeira questão, 50% também acertaram a segunda questão, na terceira questão 38%, e na quarta e última questão foram 33% de acertos.

Ao compararmos a Tabela 1 com a Tabela 2 percebe-se que a aula prática faz com que o aluno se aprofunde ao conteúdo e formule melhor as ideias e conclusões em seu pensamento,

se por um lado a aula teórica promoveu uma absorção do conhecimento de forma superficial com baixa motivação e vontade de aprender, a aula prática proporcionou uma aprendizagem mais efetiva, pois o conhecimento foi construído pelos próprios sujeitos fazendo com que a motivação e a curiosidade despertassem nos mesmos.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Diante dos estudos realizados, verificou-se que a aprendizagem dos poliedros regulares convexos e da relação de Euler é potencialmente elevada quando o tema é trabalhado em sala de aula de forma prática. Logo, percebe-se que a inserção dos materiais manipulativos no ensino de geometria espacial torna esta disciplina mais atraente, divertida e útil no cotidiano dos alunos. Cabendo ao professor de matemática fazer apenas a mediação dos conceitos desenvolvidos, para que tais atividades lúdicas não se afastem dos objetivos principais que é a aprendizagem significativa do estudante

## **REFERÊNCIAS**

EVES, H. Introdução a História da Matemática. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004

LORENZATO, Sérgio. Para aprender matemática. Autores associados, 2006

MELO, H. A. Fórmula de Euler no plano e para poliedros. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Departamento de Matemática da Universidade Federal do Ceará, Ceará

PIMENTA, A. L.; GAZIRE, E. S. A geometria do Origame: uma abordagem dos poliedros platônicos no 6º ano do ensino fundamental. Minas Gerais, p. 9, 2015. Disponível em: <http://www.ufjf.br/emem/files/2015/10/A-GEOMETRIA-DO-ORIGAMI-UMA-ABORDAGEM-DOS-POLIEDROS-PLAT%C3%94NICOS-NO-6%C2%BA-ANO-DO-ENSINO-FUNDAMENTAL.pdf>. Acesso: dia 21 de agosto de 2019